Maths et jeux de stratégie

On appelle jeu de stratégie tout jeu faisant appel à la réflexion : jeu d'échecs, jeu de dames, Rubik's Cube, ... Dans certains cas, la connaissance des mathématiques permet d'augmenter les chances de gagner.

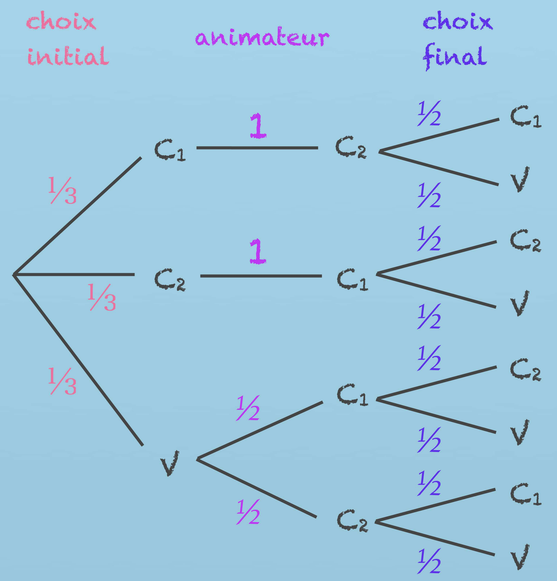
Le Big Deal

Principe du jeu : 3 portes cachent 2 chèvres et 1 voiture. Le candidat choisit une porte, puis l'animateur ouvre l'une des deux restantes et montre une chèvre. Le candidat peut alors ouvrir sa porte ou en changer.

Quelle stratégie permet au candidat d'augmenter ses chances de gagner ?

On utilise les probabilités. On note :
- C_1 et C_2 les portes correspondant aux 2 chèvres,
- V la porte correspondant à la voiture.

On obtient l'arbre de probabilité :



On note G = «gagner», I = «conserver la porte», et nonI = «changer de porte».

Pour calculer la probabilité d'une issue, on multiplie les valeurs des branches.

Aussi, pour calculer la probabilité d'un évènement, on additionne les probabilités des issues qui vérifient cet évènement.

Par exemple,

$P(I) = \frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

Ainsi, $P(G \text{ sachant } I) = \dfrac{P(G \text{ et } I)}{P(I)} = \frac{1}{3}$

$P(G \text{ sachant nonI}) = \dfrac{P(G \text{ et nonI})}{P(\text{nonI})} = \frac{2}{3}$

Donc, si le candidat conserve sa porte, il a 1 chance sur 3 de gagner, et s'il en change, il a alors 2 chances sur 3.

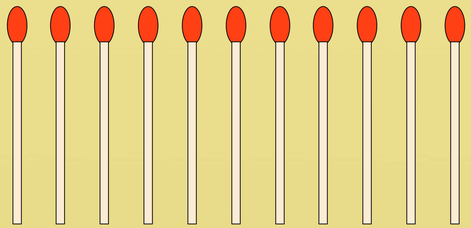
La meilleure stratégie est donc de changer de porte.

Ce résultat est plus évident si on considère 50 portes derrière lesquelles se trouvent 49 chèvres et 1 voiture : si l'animateur montre 48 chèvres, il y a beaucoup plus de chances que la voiture se trouve derrière la porte restante, et non celle que le candidat a choisie au départ.

Le Jeu de Nim

Jeu de Nim à une rangée

Principe du jeu : On a une rangée d'allumettes. Le premier joueur décide de prendre ou de laisser la main. Chacun leur tour, les joueurs prélèvent au maximum n allumettes. Le joueur qui prend la dernière allumette a gagné.



Stratégie gagnante : Si le nombre initial d'allumettes est un multiple de n+1, on doit laisser notre adversaire jouer le premier, sinon on débute la partie. Ensuite, à chaque tour, on doit laisser à notre adversaire un nombre d'allumettes multiple de n+1.

Exemple : Il y a 11 allumettes au départ, qui n'est pas un multiple de n+1 = 4, donc il faut prendre la main. On doit laisser à chaque tour un nombre d'allumettes multiple de 4.

Jeu de Nim à plusieurs rangées

A chaque coup, un joueur doit enlever un certain nombre d'allumettes dans l'une des rangées de son choix.
On convertit en language binaire le nombre d'allumettes de chaque rangée :

33	1	0	0	0	0	1
59	1	1	1	0	1	1
13			1	1	0	1
22		1	0	1	1	0

La position est perdante si chaque colonne a un nombre pair de 1. Elle est gagnante sinon.

Conception graphique : étudiants de L3 Maths, LMA Poitiers, promotion 2012-2013.